NTMF036

INTERPRETACE KVANTOVÉ MECHANIKY

Dekoherenční funkcionál

Pavel Krtouš

Formulace KM skrze

konzistentní historie

též

dekoherující historie

Murray Gell-Mann

James Hartle

Robert B. Griffiths

Roland Omnès

a další

Kvantová nerozlišitelnost

- kvantová rozlišitelnost rozhoduje, které pravidlo použít:
  $\boldsymbol{H_1}, \boldsymbol{H_2}$ disjunktní – skládat pravděpodobnost či amplitudy?
  1. **pravděpodobnosti kvantově odlišitelných jevů se sčítají**

     $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{H_1} \cup \boldsymbol{H_2}) = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{H_1}) + \boldsymbol{P}(\boldsymbol{H_2})$ $\boldsymbol{H_1}, \boldsymbol{H_2}$ kvantově odlišitelné
  3. **amplitudy kvantově neodlišitelných jevů se sčítají**

     $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{H_1} \cup \boldsymbol{H_2}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{H_1}) + \boldsymbol{A}(\boldsymbol{H_2})$ $\boldsymbol{H_1}, \boldsymbol{H_2}$ kvantově nerozlišitelné

- pro kvantově nerozlišitelné alternativy neplatí skládání pravděpodobností

Dekoherence

- standardní KM

  skládání pravděpodobností pouze pro měřené veličiny = po kolapsu

- Feynmanovská formulace

  skládání pravděpodobností pro kvantově rozlišitelné alternativy

- dekoherence
  - únik informace do okolí zajišťuje efektivní kolaps, tj. i skládání pravděpodobností
  - kvantová rozlišitelnost nastává, jsou-li alternativy odlišeny korelacemi s okolím (existuje alespoň principiální odlišení alternativ)

Dekoherence

- standardní KM

  skládání pravděpodobností pouze pro měřené veličiny = po kolapsu
- Feynmanovská formulace

  skládání pravděpodobností pro kvantově rozlišitelné alternativy

- dekoherence
  - únik informace do okolí zajišťuje efektivní kolaps, tj. i skládání pravděpodobností
  - kvantová rozlišitelnost nastává, jsou-li alternativy odlišeny korelacemi s okolím (existuje alespoň principiální odlišení alternativ)

nelze jak kolaps, tak kvantovou nerozlišitelnost nahradit dekoherencí?

Dekoherence

nelze jak kolaps, tak kvantovou nerozlišitelnost nahradit dekoherencí?

ano lze

- pokud nám stačí instrumentalistický přístup
- pokud rezignujeme na realitu stavu a snahu modelování přírody
- pokud nám stačí popis a predikce jevů

Konzistence pravděpodobností

- nedefinovanost neměřených veličin
- nemožnost přiřadit pravděpodobnosti kvantově nerozlišitelným alternativám
  (takové přiřazení vede k chybnému skládání pravděpodobností alternativ)

- potřebujeme pravidlo určující, kdy má pravděpodobnost historie smysl
  - nahrazující idealizovaný proces měření (kolaps stavu)
  - nahrazující kvantovou rozlišitelnost

samotná konzistence pravděpodobností alternativ je dostatečná pro definovatelnost těchto pravděpodobností

Konzistence pravděpodobností

samotná konzistence pravděpodobností alternativ je dostatečná pro definovatelnost těchto pravděpodobností

- pravděpodobnosti historií mají smysl
  pokud lze tyto pravděpodobnosti skládat přes disjunktní alternativy
- do popisu je nutno zahrnout všechny existující interakce
  = zahrnutí dekoherence

Dekoherenční funkcionál

- funkce na dvojici historií splňující
  - obor hodnot
    $$D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) \in \mathbb{C}$$
  - aditivita pro $\boldsymbol{H}_1 \cap \boldsymbol{H}_2 = \emptyset$
    $$D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H})$$
  - hermiticita
    $$D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) = D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1)^*$$
  - positivita
    $$D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H}) \geq 0$$
  - normalizovanost ($\mathbf{1}$ – úplná historie)
    $$D(\mathbf{1}|\mathbf{1}) = 1$$

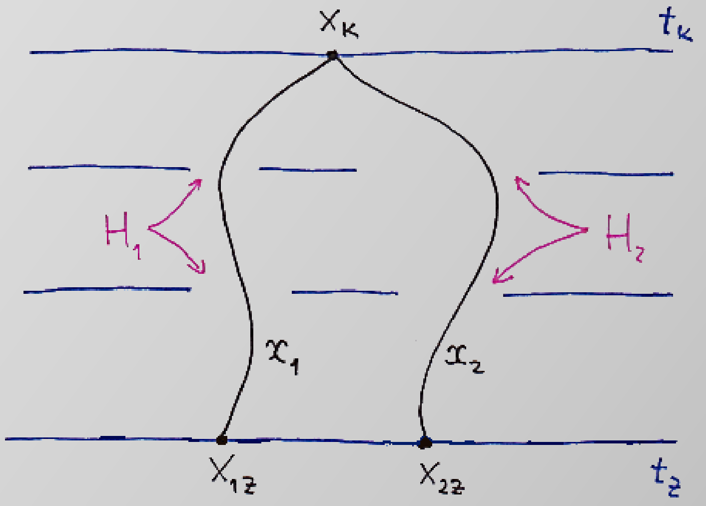
- zobecnění pojmu amplitudy

  zhruba řečeno: $D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) = A(\boldsymbol{H}_1)^* A(\boldsymbol{H}_2)$

Dekoherenční funkcionál

- zobecnění pojmu amplitudy

  zhruba řečeno: $D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) = A(\boldsymbol{H}_1)^* A(\boldsymbol{H}_2)$



- Feynmanovská formulace

$$D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) = \iint\limits_{\substack{x_1 \in \boldsymbol{H}_1 \\ x_2 \in \boldsymbol{H}_2 \\ x_{1k} = x_{2k}}} \exp\left(-\frac{i}{\hbar}S(x_1) + \frac{i}{\hbar}S(x_2)\right) \rho_{\text{poč}}\,(x_{1z}|x_{2z})\ \mathcal{D}x_1 \mathcal{D}x_2$$

Historie ve standardní KM

- historie = sekvence výsledků měření
  - projektory na příslušné výsledky $\hat{P}_1(t_1)$, $\hat{P}_2(t_2)$, $\hat{P}_3(t_3)$, … (Heisenbergovský popis, časově uspořádané)
  - sekvence kolapsů popsaná operátorem třídy $\hat{C}_{\boldsymbol{H}} = \hat{P}_n \dots \hat{P}_2 \hat{P}_1$

$$|\mathrm{kon}\rangle = \hat{C}_{\boldsymbol{H}}\,|\mathrm{poč}\rangle \qquad \widehat{D}_{\mathrm{kon}} = \hat{C}_{\boldsymbol{H}}\,\widehat{D}_{\mathrm{poč}}\,\hat{C}_{\boldsymbol{H}}^{\dagger}$$

- Wignerova formule
  - pravděpodobnost sekvence měření

$$p(\boldsymbol{H}) = \mathrm{Tr}\big(\hat{C}_{\boldsymbol{H}}\,\widehat{D}_{\mathrm{poč}}\,\hat{C}_{\boldsymbol{H}}^{\dagger}\big)$$

$$\mathrm{Tr}\,\widehat{D}_{\mathrm{poč}} = 1$$

Dekoherenční funkcionál

- historie = sekvence výsledků měření
  - projektory na příslušné výsledky $\hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{P}_3, \ldots$
  - operátor třídy $\hat{C}_{\boldsymbol{H}} = \hat{P}_n \ldots \hat{P}_2 \hat{P}_1$
- Wignerova formule

$$p(\boldsymbol{H}) = \mathrm{Tr}\left(\hat{C}_{\boldsymbol{H}}\, \hat{D}_{\text{poč}}\, \hat{C}_{\boldsymbol{H}}^{\dagger}\right)$$

- Dekoherenční funkcionál

$$\mathrm{Tr}\, \hat{D}_{\text{poč}} = 1$$

$$D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) = \mathrm{Tr}\left(\hat{C}_{\boldsymbol{H}_2}\, \hat{D}_{\text{poč}}\, \hat{C}_{\boldsymbol{H}_1}^{\dagger}\right)$$

Dekoherenční funkcionál

- kandidát na pravděpodobnost historie

$$p(\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H})$$

- není zaručeno skládání pravděpodobností přes disjunktní historie

$$p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) \stackrel{?}{=} p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2)$$

Dekoherenční funkcionál

- kandidát na pravděpodobnost historie

$$p(\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H})$$

- není zaručeno skládání pravděpodobností přes disjunktní historie

$$p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) \stackrel{?}{=} p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2)$$

- **pravděpodobnost má smysl pouze pokud je skládání zaručeno**

Dekoherující systém historií

- vyčerpávající vylučující se (VV) systém historií $\{\boldsymbol{H}_k\}_{k\in\mathcal{S}}$
  - vyčerpávající: $\bigcup_{k\in\mathcal{S}} \boldsymbol{H}_k = \mathbf{1}$ – dohromady zahrnuje systém vše
  - vylučující: $\boldsymbol{H}_k \cap \boldsymbol{H}_l = \emptyset$ – historie navzájem disjunktní
- zajímají nás historie dané sjednocováním historií VV systému
  - historie generované VV systémem
- ***dekoherující systém historií*** = VV systém splňující

$$D(\boldsymbol{H}_k|\boldsymbol{H}_l) \approx 0 \qquad \text{pro } k \neq l$$

podmínka dekoherence

Dekoherující systém historií

- dekoherující systém historií = VV systém splňující

$$D(\boldsymbol{H}_k|\boldsymbol{H}_l) \approx 0 \qquad \text{pro } k \neq l$$

- pravděpodobnost historií generovaných dekoherujícím systémem

$$p(\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H})$$

- pro tyto historie platí skládání pravděpodobností disjunktních alternativ

$$p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2)$$

$\boldsymbol{H}_1 \cap \boldsymbol{H}_2 = \emptyset$

konzistentní=dekoherující historie

Dekoherující systém historií

- skládání pravděpodobností

  nechť $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ z VV systému

$$p(\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H})$$

$$p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) =$$
$$= D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2)$$

Dekoherující systém historií

- skládání pravděpodobností

  nechť $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ z VV systému

$$D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H})$$
pro $\boldsymbol{H}_1 \cap \boldsymbol{H}_2 = \emptyset$

$$p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) =$$
$$= D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) =$$
$$= D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2)$$

Dekoherující systém historií

- skládání pravděpodobností

  nechť $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ z VV systému

$$D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H}_2)$$
pro $\boldsymbol{H}_1 \cap \boldsymbol{H}_2 = \emptyset$

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) &= \\
&= D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
&= D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
&= D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_2)
\end{aligned}$$

Dekoherující systém historií

- skládání pravděpodobností

nechť $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ z VV systému

$p(\boldsymbol{H}) = D(\boldsymbol{H}|\boldsymbol{H})$

$$
\begin{aligned}
&p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
&\qquad = D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
&\qquad = D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
&\qquad = D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_2) = \\
&\qquad = p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_1|\boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2|\boldsymbol{H}_1)
\end{aligned}
$$

Dekoherující systém historií

- skládání pravděpodobností

  nechť $\boldsymbol{H}_1, \boldsymbol{H}_2$ z VV systému

$$
\begin{aligned}
p(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = & \\
& = D(\boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
& = D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1 \cup \boldsymbol{H}_2) = \\
& = D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_2) = \\
& = p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_1 | \boldsymbol{H}_2) + D(\boldsymbol{H}_2 | \boldsymbol{H}_1) = \\
& = p(\boldsymbol{H}_1) + p(\boldsymbol{H}_2)
\end{aligned}
$$

$D(\boldsymbol{H}_k | \boldsymbol{H}_l) \approx 0 \qquad$ pro $k \neq l$

Podmínka dekoherence

- podmínka dekoherence

$$D(\boldsymbol{H}_k|\boldsymbol{H}_l) \approx 0 \qquad \text{pro } k \neq l$$

  - historie jsou specifikovány vlastnostmi na zkoumaném podsystému
  - nespecifikují vlastnosti okolí
  - diagonalizace zajištěna fyzikální dekoherencí – únikem korelací do okolí

- nahrazuje kolaps a kvantovou nerozlišitelnost
  - dekoherence zajišťuje efektivní kolaps
  - historie jsou kvantově rozlišitelné pokud patří do dekoherujícího systému